

## 200243 - LF - Lògica i Fonamentació

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística  
Unitat que imparteix: 726 - MA II - Departament de Matemàtica Aplicada II  
Curs: 2013  
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Unitat docent Optativa)  
Crèdits ECTS: 6 Idiomes docència: Català

### Professorat

Responsable: RAIMON ELGUETA MONTO

Altres:  
RAIMON ELGUETA MONTO - A  
FRANCESC TIÑENA SALVAÑA - A

### Capacitats prèvies

La maduresa matemàtica adquirida durant els dos primers cursos.

### Requisits

Cap

### Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els

## 200243 - LF - Lògica i Fonamentació

resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

12. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

### Metodologies docents

Només hi haurà un sol tipus de classes, en les quals s'hi alternaran dues activitats: la presentació dels continguts per part del professor i la resolució de problemes relacionats amb els continguts més tècnics del programa.

Eventualment, durant el curs i en hores no lectives es podran realitzar breus sessions de tutoria, personalitzades o per grups, per a un control del seguiment del curs per part dels estudiants.

### Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

Els objectius són quatre:

- \* proporcionar a l'estudiant una visió global de les matemàtiques com a disciplina autònoma i alhora part del coneixement científic;
- \* estimular la reflexió i el debat sobre quins són els objectius d'estudi de les matemàtiques, quina n'és la naturalesa i quin ha de ser el seu mètode d'estudi;
- \* mostrar les dificultats per a l'elaboració d'una fonamentació sòlida de les matemàtiques malgrat la seva particular autonomia, i
- \* estimular la reflexió i la visió crítica en l'àmbit de les matemàtiques.

Capacitats a adquirir:

### Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 150h	Hores grup gran:	30h	20.00%
	Hores grup mitjà:	0h	0.00%
	Hores grup petit:	30h	20.00%
	Hores activitats dirigides:	0h	0.00%
	Hores aprenentatge autònom:	90h	60.00%

## 200243 - LF - Lògica i Fonamentació

### Continguts

<p>1. Introducció: el problema de la fonamentació de les matemàtiques</p>	<p>Dedicació: 1h Grup gran/Teoria: 1h</p>
<p>2. Antecedents: la transformació de les matemàtiques al s. XIX</p>	<p>Dedicació: 21h Grup gran/Teoria: 11h Activitats dirigides: 3h Aprentatge autònom: 7h</p>
<p>Descripció:</p> <p>A. Els objectes matemàtics. Preliminars: els nombres i les magnituds en els grecs. La construcció dels reals. La transformació del concepte d'enter. L'extensió dels nombres finits: nombres transfinitos i teoria de conjunts. El debat ontològic i metodològic: paradoxes sobre l'infinit.</p> <p>B. L'evolució del mètode. Introducció: la certesa del coneixement matemàtic, l'ús d'axiomes i el llenguatge. El mètode axiomàtic: de la matemàtica deductiva grega a la concepció de Hilbert. El sorgiment de la lògica simbòlica: de la sil·logística als càlculs simbòlics de finals del s. XIX.</p>	
<p>3. El programa de Hilbert: context i desenvolupament</p>	<p>Dedicació: 70h Grup gran/Teoria: 25h Activitats dirigides: 10h Aprentatge autònom: 35h</p>
<p>Descripció:</p> <p>A. La formulació: 1900-1921 Situació al tombant de segle: la crisi de fonaments. Període 1900-1905: la conferència de Hilbert a París, el primer esbós del programa l'any 1905 i les crítiques de Poincaré. Les alternatives: la solució logicista de Russell, la proposta axiomàtica de Zermelo i l'intuicionisme de Brouwer i Weyl. La reacció de Hilbert: el sorgiment de la lògica de primer ordre i la formulació del programa l'any 1921.</p> <p>B. Les aportacions: 1921-1936 La completesa de la lògica: teorema de Gödel, propietat de compacitat i paradoxa de Skolem. El problema de la decisió: la noció d'algorisme i el teorema d'indecidibilitat de la lògica de primer ordre. El fenomen de la incompletesa i la necessitat de reformular el programa de Hilbert. Les proves de consistència: l'extensió dels mètodes finitaris i la prova de la consistència de l'aritmètica de Gentzen.</p>	

## 200243 - LF - Lògica i Fonamentació

### Sistema de qualificació

La nota de curs (N) s'obté a partir de l'avaluació ponderada de dues components:

- \* l'entrega d'exercicis durant el curs (P), que consistiran en una discussió breu i per escrit d'un tema proposat pel professor o en la solució d'un problema, i
- \* un examen final (F).

Per tal d'estimular la participació i el treball de l'estudiant durant el curs, la fórmula que s'aplicarà per a obtenir N és  $N=0.4P+0.6F$ .

### Bibliografia

#### Bàsica:

- Enderton, Herbert B. A mathematical introduction to logic. 2nd ed. San Diego (Calif.) [etc.]: Harcourt / Academic Press, 2002. ISBN 0122384520.
- Fraenkel, Abraham Adolf [ et al.]. Foundations of set theory. 2nd. revised edition. Amsterdam [etc.]: North-Holland, 1984. ISBN 0720422701.
- Katz, Victor J. A History of mathematics : an introduction. 2nd ed., with corrections. Reading, [etc.]: Addison-Wesley, 1998. ISBN 0321016181.
- Kneebone, G.T. Mathematical logic and the foundations of mathematics : an introductory survey. Mineola: Dover Publications, 2001. ISBN 048617123.

#### Complementària:

- Ewald, William [ed]. From Kant to Hilbert: a source book in the foundations of mathematics. Oxford: Clarendon Press, 1996. ISBN 0198532717.
- Feferman, Solomon. In the light of logic. New York [etc.]: Oxford University Press, 1998. ISBN 0195080300.
- Ferreirós Domínguez, José. Labyrinth of thought : a history of set theory and its role in modern mathematics. Basel: Birkhäuser Verlag, 1999. ISBN 3764357495.
- Guiaquinto, M. The Search for certainty : a philosophical account of foundations of mathematics. Oxford: Clarendon Press, 2002. ISBN 019875244X.
- Hilbert, D. ; Bernays, P. Fondements des mathématiques. Paris: L'Harmattan, 2001. ISBN 2747515184.
- Stillwell, John. Roads to infinity : the mathematics of truth and proof. Natick, Mass: AK Peters, cop. 2010. ISBN 9781568814667.
- Van Heijenoort, Jean. From Frege to Gödel : a source book in mathematical logic : 1979-1931. Cambridge, Mass. [etc.]: Harvard Univ. Press, 1981.
- Gray, Jeremy. Plato's ghost [Recurs electrònic] : the modernist transformation of mathematics [en línia]. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 2008 [Consulta: 30/05/2012]. Disponible a: <http://site.ebrary.com/lib/upcatalunya/docDetail.action?docID=10359260>. ISBN 9780691136103.
- Murawski, Roman. Recursive functions and metamathematics : problems of completeness and decidability, Gödel's theorems. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, cop. 1999. ISBN 0792359046.